devoir de mathématiques

a rendre pour le lundi 11 janvier 2021

EXERCICE 1

Monotonie

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = \dfrac{2n+3}{n+1}$.

1) Déterminer u_0, u_4 et u_{99} sous forme décimale.
   Quelle conjecture peut-on faire sur la valeur de u_n si n devient très grand ?
2) Calculer $u_{n+1} - u_n$. En déduire la monotonie de la suite (u_n).
3) Soit $a \in]2\ ;\ 3]$. Recopier et compléter sur la copie le programme Python suivant pour qu'il permette de déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n \leqslant a$.

```
def seuil(a):
    n=0
    while (2*n+3)/(n+1) ... a:
        n= ...
    return ...
```

EXERCICE 2

1) Calculer la somme : $S = 220 + 224 + 228 + \cdots + 1\,000$.
   On justifiera clairement la démarche et l'on donnera la formule utilisée.
2) Soit (u_n) une suite géométrique telle que $u_1 = 5\,150$ et $u_2 = 5304,5$.
   a) Déterminer la raison q de la suite ainsi que le premier terme u_0.
   b) Soit $S_{18} = u_0 + u_1 + \ldots u_{18}$.
      Donner la valeur exacte de S_{18} puis sa valeur approchée au centième.
3) Soit $u_0 = 300$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1,05u_n + 15$.
   a) Montrer que la suite (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
   b) On pose $v_n = u_n + 300$. Montrer que la suite (v_n) est géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.
   c) Déterminer v_n puis u_n en fonction de n.

EXERCICE 3

Plaques de verre teintées

En traversant une plaque de verre teintée, un rayon lumineux perd 20 % de son intensité lumineuse. L'intensité lumineuse est exprimée en candela (cd).
On utilise une lampe torche qui émet un rayon d'intensité lumineuse réglée à 400 cd.
On superpose n plaques de verres identiques (n étant un entier naturel) et on désire mesurer l'intensité lumineuse I_n du rayon à la sortie de la n-ième plaque.
On note $I_0 = 400$ l'intensité lumineuse du rayon émis par la lampe torche avant de traverser les plaques (intensité lumineuse initiale). Ainsi, cette situation est modélisée par la suite (I_n).

1) Montrer par un calcul que $I_1 = 320$.

2) a) Pour tout entier naturel n , exprimer I_{n+1} en fonction de I_n.

   b) En déduire la nature de la suite (I_n). Préciser sa raison et son premier terme.

   c) Pour tout entier naturel n, exprimer I_n en fonction de n.

3) On souhaite déterminer le nombre minimal n de plaques à superposer afin que le rayon initial ait perdu au moins 70 % de son intensité lumineuse initiale après sa traversée des plaques.

   a) Afin de déterminer le nombre de plaques à superposer, on considère la fonction Python suivante :

```
def nombrePlaques(J):
    I=400
    n=0
    while I>J:
        I=0.8*I
        n=n+1
    return n
```

   Préciser, en justifiant, le nombre J de sorte que l'appel nombrePlaques(j) renvoie le nombre de plaques à superposer.

   b) Rentrer le programme dans la calculatrice puis donne le nombre de plaques nécessaires.