1 Lignes trigonométriques des angles remarquables

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞

2 Formules élémentaires

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}, \quad \forall x \in \mathbb{R} - \left\{ k\frac{\pi}{2}\,,\ k \in \mathbb{Z} \right\}$$

3 Formules de symétrie et de déphasage

$$\cos(-x) = \cos x$$
$$\cos(\pi - x) = -\cos x$$
$$\cos(\pi + x) = -\cos x$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$$

$$\sin(-x) = -\sin x$$
$$\sin(\pi - x) = \sin x$$
$$\sin(\pi + x) = -\sin x$$
$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$
$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$$

4 Formules d'addition

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$
$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

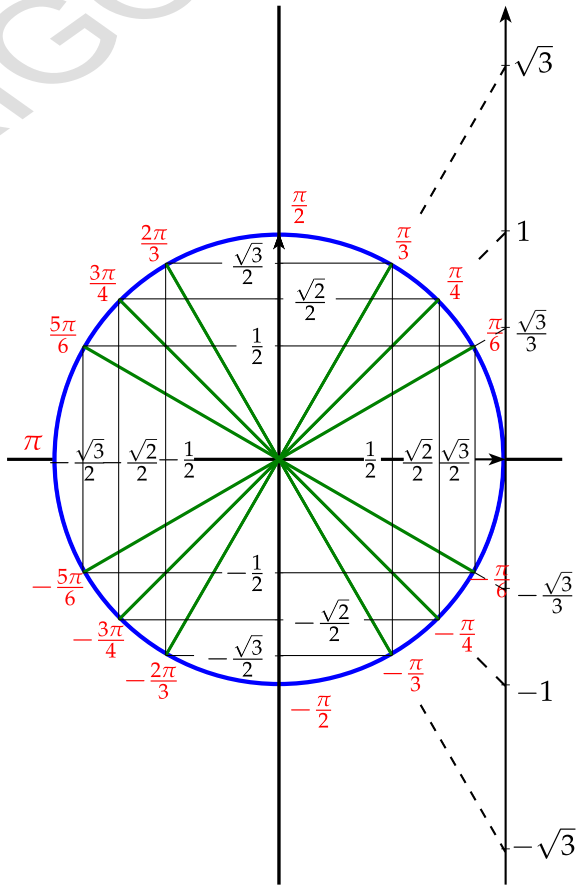
$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$
$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

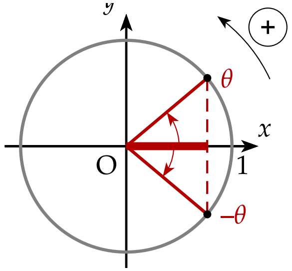
5 Formules de duplication et de linéarisation

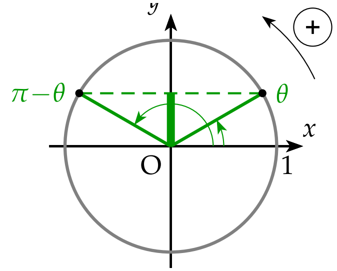
$$\begin{aligned} \cos 2a &= cos^2 a - \sin^2 a \\ &= 2\cos^2 a - 1 \\ &= 1 - 2\sin^2 a \\ \sin 2a &= 2 \sin a \cos a \end{aligned}$$

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$$
$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

6 Cercle trigonométrique







$\cos a = \sin b$

$\Leftrightarrow \cos a = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - b\right)$

On se ramène à

$\sin a = \cos b$

$\Leftrightarrow \sin a = \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - b\right)$

On se ramène à

Point de ralliement

$\cos a = \cos b$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = b + k2\pi \\ a = -b + k2\pi \end{cases}$

$\sin a = \sin b$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = b + k2\pi \\ a = \pi - b + k2\pi \end{cases}$

où $k \in \mathbb{Z}$

On se ramène à

$\cos a = -\cos b$

$\Leftrightarrow \cos a = \cos(\pi - b)$

On se ramène à

$\sin a = -\sin b$

$\Leftrightarrow \sin a = \sin(-b)$

On se ramène à

$\cos a = -\sin b$

$\Leftrightarrow \cos a = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} + b\right)$

Un autre outil possible

Le changement de variable. On posera suivant les cas : $X = \cos x$ ou $X = \sin x$

But : Se ramener à une équation du type $P(X) = 0$ avec :

⚠ Ne pas oublier de revenir à la variable x.

$P(X) = aX^2 + bX + c$

On calcule $\Delta = b^2 - 4ac$ puis l'on détermine les éventuelles solutions réelles X_1, X_2

$P(X) = aX^3 + bX^2 + cX + d$

On cherche une solution évidente α, puis on factorise $P(X)$ sous la forme :

$P(X) = (X - \alpha)(aX^2 + bX + c)$

où a, b, c sont à déterminer.

$P(X) = aX^4 + bX^2 + c$

On reconnaît une équation bicarrée. On pose alors $Z = X^2$ et l'on résout alors :

$aZ^2 + bZ + c = 0$