Comment représenter une somme de vecteurs ?

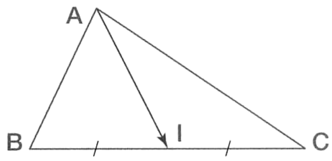
- En utilisant la règle du parallélogramme dans le cas de deux vecteurs de même origine .
- En enchaînant « bout à bout » les vecteurs .

Pourquoi utiliser la relation de Chasles ?

- Elle permet de simplifier une somme de vecteurs .
- Elle permet de décomposer un vecteur en somme de plusieurs vecteurs .

Comment démontrer une égalité vectorielle ?

1. Démontrez que pour tous points O, A et B, $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$ [1].
2. A, B et C sont trois points ; I est le milieu de [BC].
Démontrez que $2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ [2].



SOLUTION COMMENTÉE

1. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + (-\overrightarrow{OA}) = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$.
Or, d'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB}$, donc : $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$.
2. Pour exprimer $\overrightarrow{AI}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, on décompose $\overrightarrow{AI}$ en somme de vecteurs de façon à introduire $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI}$ (introduction du vecteur $\overrightarrow{AB}$).
$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CI}$ (introduction du vecteur $\overrightarrow{AC}$).
Par addition : $2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{CI}$.
Or I est milieu de [BC], donc $\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{CI}$ sont opposés : $\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{CI} = \vec{0}$.
Finalement : $2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
Remarque : Retenez ces relations ainsi que leur démonstration.

COMMENT traduire vectoriellement ?

1. Le milieu de [AB]

Le milieu de [AB] est le point I tel que : $\overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{AI}$ ou $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AB}$.

Autres traductions : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{IA} = -\,\overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

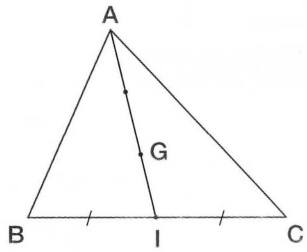
2. Le centre de gravité du triangle ABC

Le centre de gravité du triangle ABC est le point G tel que :

$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\,\overrightarrow{AI}$ ou $\overrightarrow{GA} = -\,2\overrightarrow{GI}$, lorsque [AI] est la médiane issue de A.

Autres traductions : $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$; $\overrightarrow{GI} = -\,\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}$.

Remarque : On obtient des traductions analogues à partir des médianes issues de B et C.



3. Le théorème des milieux

ABC est un triangle.
Si M est le milieu de [AB] et N celui de [AC] alors : $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.