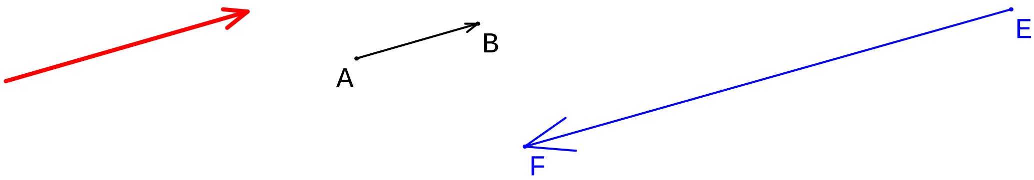
II. Produit d'un vecteur par un réel

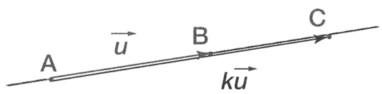


Définition : $\vec{u}$ désigne un vecteur non nul et k un réel non nul .

Le produit du vecteur $\vec{u}$ par le réel k est le vecteur $k.\vec{u}$ tel que :

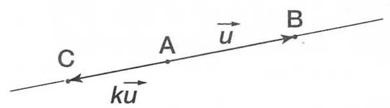
lorsque $k > 0$

- $k.\vec{u}$ a même sens que $\vec{u}$
- la longueur de $k.\vec{u}$ est le produit de k par la longueur de $\vec{u}$.



lorsque $k < 0$

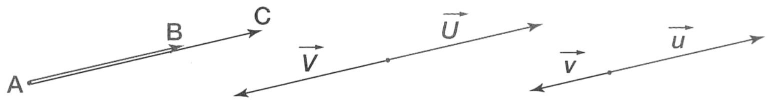
- $k.\vec{u}$ est de sens opposé à celui de $\vec{u}$
- la longueur de $k.\vec{u}$ est le produit de l'opposé de k par la longueur de $\vec{u}$.



les égalités de longueurs peuvent se résumer par AC = $|k|$ AB .

Remarque : lorsque $\vec{u} = \vec{0}$ ou $k = 0$, par convention : $k.\vec{u} = \vec{0}$.

Ex : $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$, $\vec{V} = -\vec{U}$, $\vec{v} = -\frac{1}{2}\vec{u}$.



Règles de calcul : (admises)

- $k.\vec{u} = \vec{0}$ équivaut à : $k = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$ (1)
- pour tous les réels k , k' et tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$:

$k.(\vec{u}+\vec{v}) = k.\vec{u} + k.\vec{v}$ (2)

$(k+k').\vec{u} = k.\vec{u} + k'.\vec{u}$ (3)

$k.(k'.\vec{u}) = (k\,k').\vec{u}$ (4)

$1.\vec{u} = \vec{u}$ (5)

Ex :

- $2\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AB} = (2+5)\overrightarrow{AB} = 7\overrightarrow{AB}$ (règle 3) ;
- $\vec{u} = 3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC} = 3(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = 3\overrightarrow{AC}$ (règle 2 puis relation de Chasles) ;
- $-3 \times \left(\frac{2}{3}\vec{v}\right) = \left(-3 \times \frac{2}{3}\right)\vec{v} = -2\vec{v}$ (règle 4) ;
- $3\,\overrightarrow{AM} = \vec{0}$ équivaut à $\overrightarrow{AM} = \vec{0}$ soit M = A (règle 1) ;
- $-5(\vec{i} + \vec{j}) = -5\vec{i} - 5\vec{j}$ (règle 2) ;
- Pour tout nombre réel x, $(x+2)\vec{i} = x\vec{i} + 2\vec{i}$ (règle 3).