

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES

A rendre le 17 avril 2020

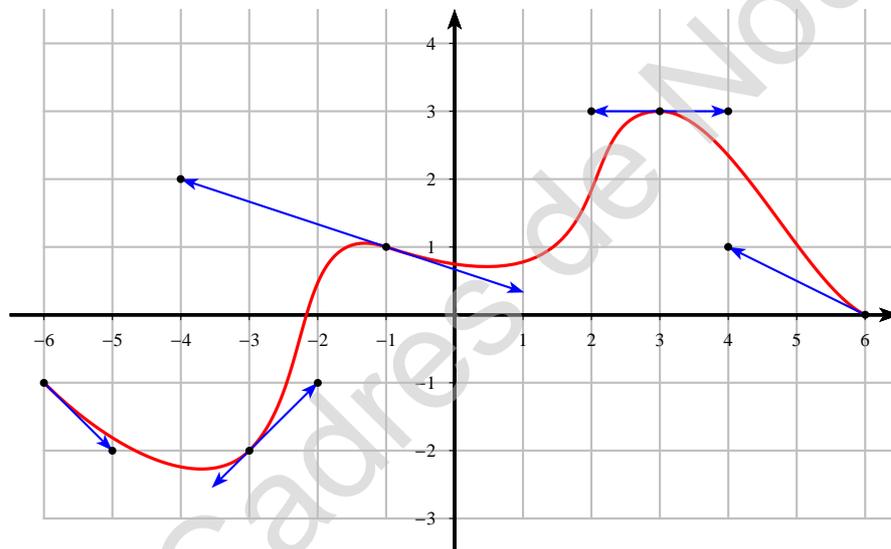
+ **EXERCICE 1**

Nombre dérivé

(3 points)

- 1) À l'aide de la représentation graphique ci-dessous d'une fonction  $f$ , recopier et compléter le tableau ci-contre :

$x$	-6	-3	-1	3	6
$f(x)$					
$f'(x)$					



- 2) Sans utiliser la calculatrice, donner une approximation affine du nombre  $\sqrt{9,12}$   
On donnera la formule utilisée.

**EXERCICE 2**

Calcul de dérivées

(9 points)

Pour les fonctions suivantes :

- déterminer l'ensemble sur lequel la fonction est dérivable
- déterminer la fonction dérivée
- réduire au même dénominateur si nécessaire et factoriser lorsque cela est possible.

1)  $f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 3x + 2$

5)  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 9}$

2)  $f(x) = -\frac{2}{x^3}$

6)  $f(x) = x\sqrt{2x-3}$

3)  $f(x) = \sqrt{4x+1}$

7)  $f(x) = x - \frac{4x+1}{7x+2}$

4)  $f(x) = \frac{4}{1+3x}$

8)  $f(x) = (3x+5)^4$

**EXERCICE 3**

**Étude d'une fonction**

**(5 points)**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \frac{8x + 4}{x^2 + 2}$ .

On appelle  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative.

- 1) Pourquoi la fonction  $f$  est-elle définie sur  $\mathbb{R}$
- 2) Calculer la dérivée de  $f$  et montrer que  $f'(x) = \frac{8(-x^2 - x + 2)}{(x^2 + 2)^2}$
- 3) Résoudre  $f'(x) = 0$  puis dresser le tableau de variation de la fonction  $f$ .
- 4) Vers quelle valeur tend  $f(x)$  si  $x$  tend vers  $+\infty$ ? On se justifiera.
- 5) Déterminer la tangente (T) à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 0.
- 6) Encadrer la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- 7) Tracer soigneusement la courbe  $\mathcal{C}_f$  ainsi que la tangente (T).

On indiquera sur le graphique les tangentes horizontales de la courbe  $\mathcal{C}_f$

**EXERCICE 4**

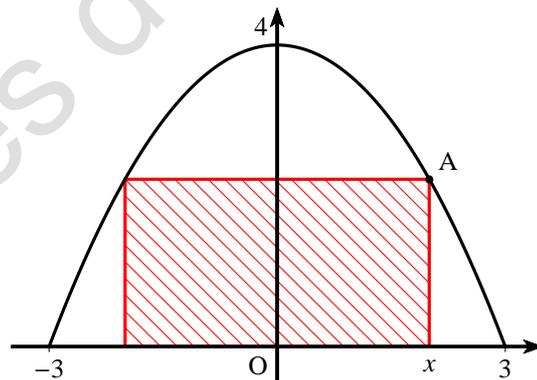
**Aire maximale**

**(3 points)**

Soit le morceau de parabole représentée par la fonction  $f$  définie sur  $[-3 ; 3]$  par :

$$f(x) = -\frac{4}{9}(x^2 - 9)$$

On repère sur cette parabole le point A d'abscisse positive  $x$ . À partir du point A, on forme le rectangle hachuré comme indiqué sur le figure. Le but est de déterminer l'abscisse  $x$  pour que l'aire du rectangle soit maximale.



- 1) Sur quel intervalle I varie l'abscisse de A ?
- 2) Déterminer l'aire  $S(x)$  du rectangle en fonction de  $x$ .
- 3) Déterminer la dérivée  $S'$  de la fonction  $S$ .
- 4) Après avoir étudié les variations de  $S$  sur l'intervalle I, déterminer l'abscisse  $x$  qui rend l'aire du rectangle maximale. Que vaut alors cette aire ?

Nom :

Prénom :

**Annexe de l'exercice 3**

À rendre avec la copie

