

DEVOIR MAISON

Suites et démonstration par récurrence

à rendre **Le 08 novembre 2021**

Exercice 1 (4 points)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = -1$ et $u_{n+1} = u_n + 2n + 2$.

Démontrer, en raisonnant par récurrence, que pour tout entier naturel n , $u_n = n^2 + n - 1$.

Exercice 2 (6 points)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 0,75u_n + 2$.

1) Démontrer par récurrence, que pour tout entier naturel n , $u_n \leq 8$.

2) En déduire, en détaillant bien votre raisonnement, le sens de variation de la suite (u_n) .

Exercice 3 (4 points)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 1$.

Montrer que la suite (u_n) est décroissante.

Exercice 4 (4 points)

Démontrer par récurrence, que pour tout entier naturel n , $3^n \geq 1 + 2n$.

Exercice 5 (2 points)

Voici une fonction en Python :

```
def u(n):  
    u=1  
    for k in range(n) :  
        u=u/(1+2*u)  
    return u
```

1) Quelle valeur retourne en sortie cette fonction Python si on tape dans la console : $u(1)$?
 $u(2)$?

2) Déterminer la relation de récurrence vérifiée par la suite (u_n) définie par cette fonction Python.