

Exercices lois uniformes et exponentielles

EXERCICE 1

A la recherche de la densité

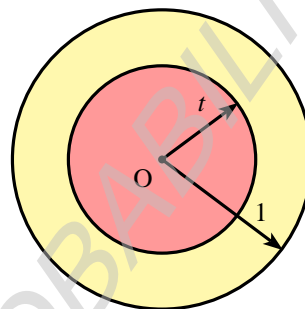
On tire au hasard sur une cible de rayon 1 m sans jamais la manquer.

X est la variable aléatoire qui donne la distance, en mètre, de l'impact au centre de la cible.

Ainsi, X prend ses valeurs dans l'intervalle $[0;1]$.

Selon le modèle usuel, pour tout $t \in [0;1]$, la probabilité de l'événement « $X \leq t$ » est définie par :

$$P(X \leq t) = \frac{\text{aire disque de rayon } t}{\text{aire de la cible}}$$



- 1) Pour tout $t \in [0, 1]$, on considère la fonction de répartition F telle que :
 $F(t) = P(X \leq t)$. Exprimer $F(t)$ en fonction de t .
- 2) On note f la densité sur $[0;1]$ de la loi de X
 - a) Écrire $F(t)$ sous la forme d'une intégrale.
 - b) Justifier que F est dérivable sur $[0;1]$ et préciser sa dérivée.
 - c) En déduire l'expression de la densité f . Représenter alors \mathcal{C}_f .

Loi uniforme

EXERCICE 2

Une rame de métro relie deux stations M_1 et M_2 en un temps compris entre 8 et 12 minutes. On note X la durée du trajet lors d'une liaison.

On suppose que X suit une loi uniforme sur $[8;12]$

- 1) Quelle est la densité de probabilité de X ?
- 2) Calculer la probabilité que la rame relie les deux stations en moins de 9min 30s.
- 3) La rame quitte M_1 à huit heures et un usager arrive en M_2 à 8h11. La rame reste en gare une minute. Quelle est la probabilité que l'usager rate le métro ?

Loi exponentielle

EXERCICE 3

On suppose que la durée de vie d'une voiture suit une loi exponentielle de paramètre 0,1.

- 1) Calculer la probabilité qu'une voiture dépasse 10 ans de durée de vie.
- 2) On sait qu'une voiture a duré déjà 10 ans. Quelle est la probabilité qu'elle dépasse 12 ans de durée de vie ?