

Exercices lois uniformes et exponentielles

EXERCICE 1

A la recherche de la densité

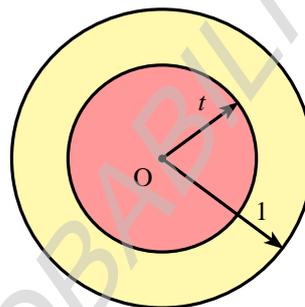
On tire au hasard sur une cible de rayon 1 m sans jamais la manquer.

X est la variable aléatoire qui donne la distance, en mètre, de l'impact au centre de la cible.

Ainsi, X prend ses valeurs dans l'intervalle $[0;1]$.

Selon le modèle usuel, pour tout $t \in [0;1]$, la probabilité de l'événement « $X \leq t$ » est définie par :

$$P(X \leq t) = \frac{\text{aire disque de rayon } t}{\text{aire de la cible}}$$



1) Pour tout $t \in [0, 1]$, on considère la fonction de répartition F telle que :

$F(t) = P(X \leq t)$. Exprimer $F(t)$ en fonction de t .

2) On note f la densité sur $[0;1]$ de la loi de X

a) Écrire $F(t)$ sous la forme d'une intégrale.

b) Justifier que F est dérivable sur $[0;1]$ et préciser sa dérivée.

c) En déduire l'expression de la densité f . Représenter alors \mathcal{C}_f .

Loi uniforme

EXERCICE 2

Une rame de métro relie deux stations M_1 et M_2 en un temps compris entre 8 et 12 minutes. On note X la durée du trajet lors d'une liaison.

On suppose que X suit une loi uniforme sur $[8;12]$

1) Quelle est la densité de probabilité de X ?

2) Calculer la probabilité que la rame relie les deux stations en moins de 9min 30s.

3) La rame quitte M_1 à huit heures et un usager arrive en M_2 à 8h11. La rame reste en gare une minute. Quelle est la probabilité que l'usager rate le métro ?

Loi exponentielle

EXERCICE 3

On suppose que la durée de vie d'une voiture suit une loi exponentielle de paramètre 0,1.

1) Calculer la probabilité qu'une voiture dépasse 10 ans de durée de vie.

2) On sait qu'une voiture a duré déjà 10 ans. Quelle est la probabilité qu'elle dépasse 12 ans de durée de vie ?