

# PGCD et PPCM Théorèmes de Bezout et GAUSS

## PGCD - Algorithme d'Euclide - PPCM

### EXERCICE 1

Utiliser l'algorithme d'Euclide pour trouver le pgcd des nombres suivants :

- a) 144 et 840      b) 202 et 138      c) 441 et 777      d) 2004 et 9185

### EXERCICE 2

Les entiers suivants sont-ils premiers entre eux ?

- a) 4847 et 5633      b) 5617 et 813

### EXERCICE 3

Déterminer tous les entiers naturels  $n$  inférieurs à 200 tels que :  $\text{pgcd}(n, 324) = 12$

### EXERCICE 4

Si on divise 4294 et 3521 par un même entier positif, on obtient respectivement 10 et 11 comme reste. Quel est cet entier ?

### EXERCICE 5

Résoudre dans  $\mathbb{N}^2$  les systèmes suivants. On posera  $d = \text{pgcd}(x, y)$  et  $m = \text{ppcm}(x, y)$  et on donnera la réponse sous forme d'un tableau.

- a)  $\begin{cases} xy = 1512 \\ \text{ppcm}(x, y) = 252 \end{cases}$       b)  $\begin{cases} xy = 300 \\ \text{ppcm}(x, y) = 60 \end{cases}$

### EXERCICE 6

Déterminer tous les couples  $(a, b) \in \mathbb{N}^2$  dont  $m = \text{ppcm}(a, b)$  et  $d = \text{pgcd}(a, b)$  vérifient la relation :

$$8m = 105d + 30$$

### EXERCICE 7

$n$  est un entier relatif quelconque. On pose :

$$A = n - 1 \quad \text{et} \quad B = n^2 - 3n + 6$$

- 1) a) Démontrer que le pgcd de  $A$  et de  $B$  est égal au pgcd de  $A$  et de 4.  
b) Déterminer, selon les valeurs de l'entier  $n$ , le pgcd de  $A$  et de  $B$ .

- 2) Pour quelles valeurs de l'entier relatif  $n$ ,  $n \neq 1$ ,  $\frac{n^2 - 3n + 6}{n - 1}$  est-il un entier relatif ?
-